

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΣΤΡΕΠΤΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΤΥΠΙΚΩΝ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ

Παναγιώτης Ι. Κόκκαλης, Διπλ. Π.Μ., MSc
ΑΣΑναστασιάδης & Συνεργάτες

1. Εισαγωγή

Η στρέψη ως φαινόμενο καταπόνησης συνδυάζεται, κυρίως, με την κάμψη όπως π.χ. στις περιπτώσεις κάμψης δοκών αποτελούμενων από συμμετρική ή ασύμμετρη διατομή όταν το επίπεδο της εξωτερικής φόρτισης δεν διέρχεται από το κέντρο διάτμησης της διατομής. Ωστόσο, υπάρχουν και περιπτώσεις όπου εμφανίζονται και ανεξάρτητες στρεπτικές καταπονήσεις όπως π.χ. κατά την λειτουργία γερανογεφυρών, σε έργα γεφυροποιίας ή οικοδομικά κατά την ανέγερση των μεταλλικών τμημάτων.

Γενικά κατά την στρέψη μιας διατομής διακρίνουμε δύο μηχανισμούς συμπεριφοράς:

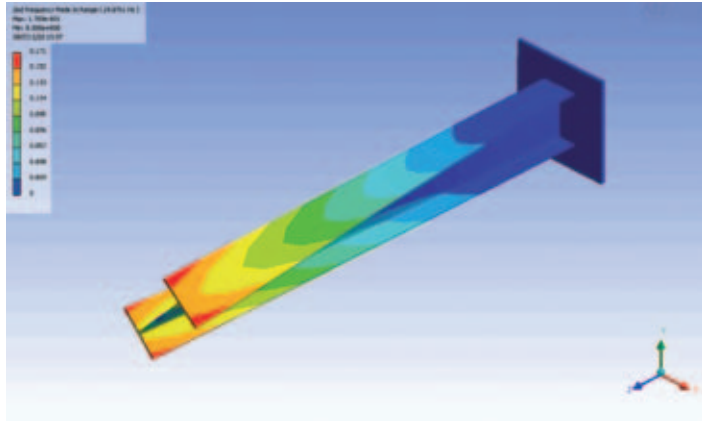
- › την **ομοιόμορφη στρέψη** ή **στρέψη κατά Saint Venant** (εμφανίζεται κυρίως σε κλειστές μονοκυψελικές διατομές

όπως κοίλες δοκούς τετράγωνης, ορθογωνικής ή κυκλικής διατομής) η οποία αναπτύσσεται ελεύθερα και παραλαμβάνεται μέσω ομοιόμορφων διατμητικών τάσεων στα τοιχώματα της διατομής. Εν γένει η στρέψη κατά St. Venant μπορεί να αγνοείται σε ανοικτές διατομές.

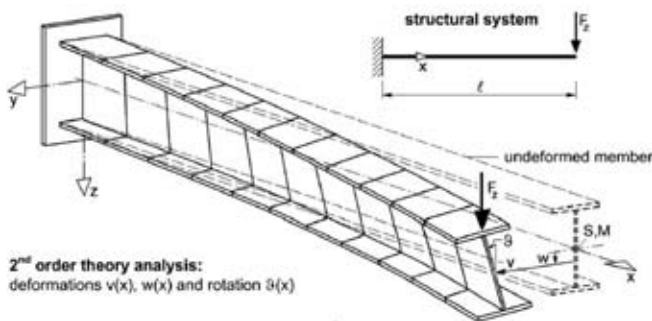
- › την **στρέψη από στρέβλωση**, στις περιπτώσεις όπου η ελεύθερη στρέψη παρεμποδίζεται, οπότε η επιβαλλόμενη στρεπτική καταπόνηση παραλαμβάνεται, προσθετικά, από τις διατμητικές τάσεις Saint Venant και τις στρεπτικές τάσεις στρέβλωσης, Σχ.1. Το φαινόμενο της στρέβλωσης, επειδή μεταβάλλεται κατά μήκος του δομικού στοιχείου, εκτός από τον τύπο της διατομής επηρεάζεται και από τις συνθήκες φόρτισης καθώς και στήριξης, Σχ.2. Εν γένει η στρέψη από στρέβλωση μπορεί να αγνοείται σε κλειστές διατομές.

Στο άρθρο παρουσιάζονται σχέσεις υπολογισμού των στρε-

πτικών σταθερών, χρήσιμες για τον μηχανικό μελετητή προκειμένου να υπολογίσει άμεσα ροπές στρεπτοκαμπτικού λυγισμού, ροπές από στρέψη ή στρέβλωση.



Σχ. 1. Στρέβλωση διατομών (εικόνες από wikipedia)



Σχ. 2. Στρέβλωση διατομών, συνθήκες στήριξης-φόρτισης (Kraus, Kindmann, 2009)

2. Σταθερές στρέψης-στρέβλωσης

Τα βασικά μεγέθη που εμφανίζονται στους υπολογισμούς είναι:

➤ Η σταθερά στρέψης, I_T , κατά St. Venant (J. Saint Venant

torsional constant,), αποτελεί μέτρο αντοχής της διατομής σε ομοιόμορφη ή ανομοιόμορφη στρέψη-στρέβλωση. Εξαρτάται από το σχήμα της διατομής και λαμβάνει μέγιστες τιμές για κοίλες κυκλικές διατομές. Χρησιμοποιείται στους υπολογισμούς καμπτικού λυγισμού πλευρικά μη συγκρατούμενων δοκών, στον στρεπτοκαμπτικό λυγισμό, όπως επίσης και στον υπολογισμό στρέψης-στρέβλωσης.

➤ Η σταθερά στρέβλωσης, I_ω , (C_w , warping torsional constant) αποτελεί μέτρο αντοχής του δομικού στοιχείου σε ανομοιόμορφη στρέψη ή στρέβλωση. Στην περίπτωση κοίλων διατομών η σταθερά στρέβλωσης είναι μηδενική, διότι για τις κλειστές διατομές η στρέβλωση θεωρείται αμελητέα. Αντίθετα ευαίσθητες σε αντίστοιχη καταπόνηση θεωρούνται οι λεπτότοιχες διατομές και συγκεκριμένα αυτές που διαμορφώνονται εν ψυχρό (π.χ. στοιχεία τεγίδων, μπκίδων, κλπ).

➤ Το κέντρο διάτμησης είναι το σημείο στο επίπεδο της διατομής περί του οποίου λαμβάνει χώρα το φαινόμενο της στρέψης, και εν γένει υπολογίζεται συγκριτικά με το κέντρο βάρους της διατομής. Χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της σταθεράς στρέβλωσης.

➤ Η σταθερά διάτμησης, C_{RT} , (shear constant), σε επίπεδο διατομής, η οποία χρησιμοποιείται όταν εφαρμόζεται διατμητική δύναμη για τον καθορισμό της μέγιστης διατμητικής τάσης.

Κατά αναλογία με την καμπτική δυσκαμψία, EI , και στην στρέψη-στρέβλωση διακρίνουμε την στρεπτική δυσκαμψία, GI_T , καθώς και την δυσκαμψία έναντι στρέβλωσης, EI_ω . Η επιρροή του ενός ή του άλλου φαινομένου, κατά το ελαστικό στάδιο συμπεριφοράς, εξαρτάται από το πηλίκο δυσκαμψιών $(GI_T / EI_\omega)^{0.5}$.

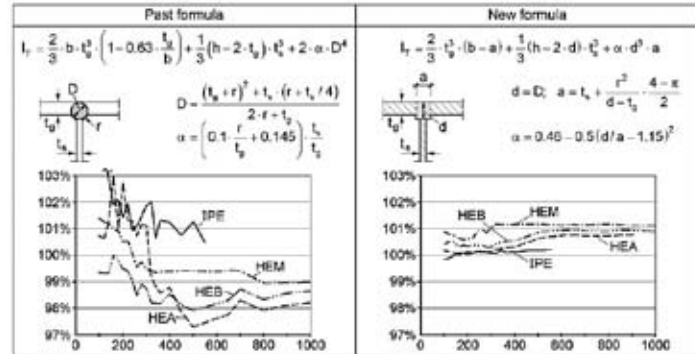


3. Σχέσεις υπολογισμού

Ανοικτές διατομές, τύπου IPE, HEA, HEB

Τύπος διατομής	
Σχέση Υπολογισμού	
$J = \frac{2bt^3 + d'w^3}{3} \quad (\text{Galambos 1968})$	
$C_w = \frac{(d')^2 b^3 t}{24} \quad (\text{Galambos 1968, Picard and Beaulieu 1991})$	
$d' = d - t$	

Οι παραπάνω σχέσεις είναι προσεγγιστικές και δεν λαμβάνουν υπόψη τους την συναρμογή μεταξύ των πελμάτων και του κορμού της διατομής. Στην βιβλιογραφία (Kraus Kindmann, 2009) προτείνονται νέες σχέσεις για τον υπολογισμό της σταθεράς στρέψης διατομών IPE, HEA, HEB, HEM (Σχ. 3,4). Τα αποτελέσματα προήλθαν από αναλύσεις με πεπερασμένα στοιχεία.



Σχ. 5. Σχέση υπολογισμού σταθεράς στρέψης ελατών διατομών (Kraus, Kindmann, 2009)

Διατομές τύπου UPN

Τύπος διατομής	
Σχέση Υπολογισμού	
$J = \frac{2b't^3 + d'w^3}{3} \quad (\text{SSRC 1998})$	
$C_w = (d')^2 (b')^3 t \left[\frac{1-3\alpha}{6} + \frac{\alpha^2}{2} \left(1 + \frac{d'w}{6b't} \right) \right] \quad (\text{Galambos 1968, SSRC 1998})$	
$\alpha = \frac{1}{2 + \frac{d'w}{3b't}}$	
$d' = d - t, \quad b' = b - w/2$	
Shear centre location:	
$x_0 = x + b' \alpha - \frac{w}{2} \quad (\text{Galambos 1968, Seaburg and Carter 1997})$	

IPE				HEA			HEB			HEM					
profile	I_T cm ⁴	I_w cm ⁶	max ω cm ²	profile	I_T cm ⁴	I_w cm ⁶	max ω cm ²	profile	I_T cm ⁴	I_w cm ⁶	max ω cm ²	profile	I_T cm ⁴	I_w cm ⁶	max ω cm ²
80	0,6727	115,1	8,516	100	5,199	2 475	21,65	9,309	3 233	22,12	67,28	9 430	25,91		
100	1,153	342,1	12,82	120	5,957	6 285	31,45	13,94	9 125	32,31	90,53	23 887	36,88		
120	1,889	872,0	18,04	140	8,032	14 729	43,21	20,20	21 965	44,39	118,6	52 826	49,74		
140	2,401	1 951	24,14	160	11,84	30 615	56,65	31,24	46 667	58,19	160,8	104 700	64,28		
160	3,530	3 889	31,06	180	14,86	59 014	72,13	42,24	91 728	74,07	201,4	194 300	80,94		
180	4,723	7 322	38,90	200	20,43	105 580	89,25	59,59	167 060	91,65	258,1	336 870	99,28		
200	6,846	12 745	47,50	220	28,09	189 610	108,7	77,02	289 510	111,3	313,6	559 550	119,7		
220	8,982	22 310	57,59	240	41,03	321 640	129,8	103,6	476 280	132,7	627,2	1 123 500	146,0		
240	12,74	36 680	68,51	260	52,00	504 990	153,1	125,7	736 280	156,2	722,3	1 684 000	170,7		
270	15,71	69 469	87,12	280	61,39	770 140	178,6	145,3	1 107 200	182,0	809,4	2 463 000	197,5		
300	19,75	124 260	107,9	300	84,24	1 174 700	205,4	187,4	1 651 000	209,0	1 415	4 280 100	230,9		
330	27,59	196 090	126,6	320	108,8	1 482 600	219,2	229,2	2 026 200	222,9	1 510	4 890 000	244,0		
360	37,08	309 370	146,8	340	128,7	1 790 200	233,5	262,0	2 405 600	237,1	1 516	5 463 300	257,9		
400	50,41	482 890	172,9	360	151,0	2 137 700	247,7	297,9	2 829 300	251,3	1 517	6 009 300	270,9		
450	66,05	780 970	205,7	400	191,4	2 893 600	276,5	361,1	3 751 100	280,1	1 524	7 268 800	298,5		
500	88,62	1 235 400	240,9	450	249,1	4 087 200	312,5	448,9	5 177 700	316,1	1 538	9 092 300	333,8		
550	121,7	1 861 500	278,3	500	317,7	5 569 200	348,5	549,9	6 920 700	352,1	1 548	11 012 000	367,9		
600	164,6	2 814 700	318,0	550	360,6	7 103 100	385,2	612,3	8 743 900	388,8	1 563	13 323 000	404,6		
				600	407,5	8 879 600	421,9	679,6	10 838 000	425,5	1 574	15 700 000	439,8		
				650	458,6	10 915 000	458,5	752,0	13 219 000	462,2	1 588	18 427 000	476,4		
				700	522,8	13 223 000	495,3	841,7	15 900 000	498,9	1 599	21 161 000	511,4		
				800	609,6	18 113 000	569,2	962,1	21 617 000	572,7	1 663	27 472 000	583,5		
				900	751,0	24 748 000	642,6	1 154	29 196 000	646,2	1 689	34 419 000	654,1		
				1000	837,3	31 834 000	716,8	1 272	37 340 000	720,4	1 719	42 665 000	728,1		

Σχ. 4. Σταθερά στρέψης και στρέβλωσης ελατών διατομών (Kraus, Kindmann, 2009)

Διατομές τύπου L

Τύπος διατομής
Σχέση Υπολογισμού
$J = \frac{(d' + b')t^3}{3}$ $C_w = \frac{t^3}{36} [(d')^2 + (b')^2] \quad (\text{Bleich 1952, Picard and Beaulieu 1991})$ $d' = d - \frac{t}{2}, \quad b' = b - \frac{t}{2}$

Διατομές τύπου T

Τύπος διατομής
Σχέση Υπολογισμού
$J = \frac{bt^3 + d'w^3}{3}$ $C_w = \frac{b^3t^3}{144} + \frac{(d')^3w^3}{36} \quad (\text{Bleich 1952, Picard and Beaulieu 1991})$ $d' = d - \frac{t}{2}$



A | S | Αναστασιάδης & Συνεργάτες

ΣΥΜΒΟΥΛΟΙ ΜΗΧΑΝΙΚΟΙ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ

ΑΝΑΠΤΥΞΗ & ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ

ΣΤΑΤΙΚΕΣ ΜΕΛΕΤΕΣ

ΕΠΙΒΛΕΨΗ-ΤΕΧΝΙΚΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΕΡΓΟΥ

ΤΕΧΝΙΚΗ ΔΙΑΙΤΗΣΙΑ & ΔΙΑΠΡΑΓΜΑΤΕΥΣΗ

ΣΥΜΒΟΥΛΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΕΡΓΩΝ ΣΤΑ ΒΑΛΚΑΝΙΑ

<http://www.asacon.eu>
email: anastasiadis@hol.gr



Διατομές τύπου I με ασύμμετρα πέλματα

Τύπος διατομής
Σχέση Υπολογισμού
$J = \frac{b_1 t_1^3 + b_2 t_2^3 + d' w^3}{3} \quad (\text{SSRC 1998})$ $C_w = \frac{(d')^2 b_1^3 t_1 \alpha}{12} \quad (\text{SSRC 1998, Picard and Beaulieu 1991})$ $\alpha = \frac{1}{1 + (b_1/b_2)^3 (t_1/t_2)}$ $d' = d - \frac{(t_1 + t_2)}{2}$

Σύνθετη διατομή αποτελούμενη από I και UPN

Τύπος διατομής
Σχέση Υπολογισμού
$J \approx J_w + J_c$ <p>J_w - Σταθερά στρέψης της διατομής I J_c - Σταθερά στρέψης της διατομής UPN</p> <p>Κέντρο διάτμησης</p> $Y_o = Y_t - \frac{I_w + W_c}{2} - a + e \quad (\text{Kitipornchai and Trahair 1980})$ $a = (1 - \rho)h, \quad b = \rho h$ $\rho = \frac{I_{yTOP}}{I_{yTOP} + I_{yBOT}} = \frac{I_{yTOP}}{I_y}$ <p>I_{yTOP} - Ροπή αδράνειας σύνθετης διατομής αποτελούμενης από το άνω πέλμα του I και το UPN. I_{yBOT} - Ροπή αδράνειας σύνθετης διατομής αποτελούμενης από το κάτω πέλμα του I και το UPN. I_y - Ροπή αδράνειας σύνθετης διατομής.</p> $C_w = a^2 I_{yTOP} + b^2 I_{yBOT} \quad (\text{Kitipornchai and Trahair 1980})$ <p>Απόσταση μεταξύ των κέντρων διάτμησης άνω και κάτω πέλματος</p> $h = d_w - t_w + \frac{W_c}{2} + e$

Κλειστή κυκλική διατομή

Τύπος διατομής
Σχέση Υπολογισμού
$J = 2I = \frac{\pi}{32} [d^4 - (d - 2t)^4] \quad (\text{Stelco 1981, Seaburg and Carter 1997})$ $C_{RT} = \frac{2It}{Q} \quad (\text{Stelco 1981})$ $I = \frac{\pi}{64} [d^4 - (d - 2t)^4]$ $Q = \frac{t}{6} (3d^2 - 6dt + 4t^2) \quad (\text{Stelco 1981})$ $C_w = 0$

Κλειστή ορθογωνική διατομή

Τύπος διατομής
Σχέση Υπολογισμού
$J \approx \frac{4 A_p^2 t}{\rho} \quad (\text{Salmon and Johnson 1980})$ $\rho = 2[(d - t) + (b - t)] - 2R_c (4 - \pi)$ $A_p = (d - t)(b - t) - R_c^2 (4 - \pi)$ $R_c = \frac{R_o + R_i}{2} \approx 1.5t$ $C_{RT} \approx 2t(h - 4t)$ $C_w = 0$

4. Αναφορές

1. Kraus M., Kindmann R., 2009: St. Venants torsion constant of hot rolled profiles and position of the shear centre. Nordic Steel Construction Conference, 2009, pp 454-461.
2. CISC 2002: Handbook of Steel Construction. Canadian Institute of Steel Construction.
3. Salmon C.G., Johnson J.E., 1980: Steel Structures, Design and Behaviour, 2nd Edition, Harper & Row Publishers, New York.
4. Seaburg P.A., Carter C.J., 1997: Torsional Analysis of Structural Steel Members, American Institute of Steel Construction, Chicago, III.